ВІДГУК

офіційного опонента на дисертаційну роботу
БЕБІЇ Максима Отарійовича
"Стабілізація та синтез обмежених керувань для нелінійних систем із некерованим нестійким першим наближенням", представлену на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.02 – диференціальні рівняння

Тематика дисертаційної роботи М.О. Бебії належить до актуального напрямку сучасної теорії диференціальних рівнянь, а саме, до нелінійної теорії керування. Досліджено задачі стабілізації та синтезу обмежених керувань для нелінійних систем із некерованим нестійким першим наближенням, а також задачі стабілізованості та керованості для сингулярних трикутних систем.

Нелінійні керовані системи диференціальних рівнянь виникають під час моделювання широких класів механічних, економічних, біологічних та інших процесів. Основи сучасної теорії керування були започатковані Л.С. Понтрягіним, Р. Беллманом та Н. Вінером. Глибокий розвиток теорія керування отримала у роботах Р.В. Гамкрелідзе, В.Г. Болтянського, Р. Каллмана, В.І. Коробова, М.М. Красовського, Г.М. Скляра та багатьох інших. Теорія керування лінійними системами носить завершений характер. На сьогодні для лінійних систем розв'язано задачі стабілізації, синтезу, швидкодії, спостережуваності та багато інших. У той самий час теорія керування нелінійними системами далека від свого завершеного стану. При цьому, багато явищ реального світу мають нелінійну природу, що обумовлює інтерес саме до нелінійних керованих систем.

Відомі класичні підходи до побудови стабілізуючих та синтезуючих керувань для нелінійних систем, здебільшого, ґрунтуються на дослідженні системи першого наближення, або на їх відображенні на лінійні системи. Останнім часом отримані результати для деяких спеціальних класів нелінійних некерованих за першим наближенням систем. В основному, ці результати стосуються трикутних керованих систем. Отже, задачі синтезу та стабілізації потребують дослідження широких класів нелінійних систем.

У дисертації досліджено нелінійні системи, які мають некероване нестійке перше наближення і не відображаються на лінійні системи відомими методами, в тому числі, розглянуто нетрикутні та сингулярні трикутні керовані системи. Для широких класів таких систем розв'язано задачі синтезу, стабілізації та керованості. Вище зазначене дає змогу стверджувати, що тема дисертаційної роботи М.О. Бебії є важливою та актаульною.

Дисертація складається зі вступу, п'яти розділів, розбитих на підрозділи, висновків та списку використаних джерел, який налічує 120 найменувань.

У вступі обґрунтовано актуальність теми, сформульовано мету та задачі дослідження, відзначено наукову новизну результатів, які виносяться на захист, та описано їх апробацію.

У першому розділі обґрунтовано вибір напрямків досліджень, проведено огляд літератури та описано сучасний стан досліджених у дисертації проблем. Наведено деякі важливі для дисертації означення та класичні результати.

У другому розділі сформульовано постановки задач синтезу та стабілізації. Запропоновано підхід до розв'язання таких задач для широкого класу нелінійних систем із некерованим нестійким першим наближенням. А саме для систем вигляду

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = u, \\ \dot{x}_i = c_{i-1}x_{i-1}^{2k_{i-1}+1} + f_{i-1}(t,x,u), \quad i = 2, \ \dots \ , n. \end{cases} \tag{1}$$

де $k_i = \dfrac{p_i}{q_i}$ (p_i – цілі числа, q_i – непарні числа), c_i – дійсні числа такі, що $\prod_{i=1}^{n-1} c_i \neq 0$. Цей підхід ґрунтується на дослідженні системи нелінійного наближення до вихідної системи (1).

При побудові стабілізуючих та синтезуючих керувань для системи нелінійного наближення виникає сингулярне матричне рівняння Ляпунова

$$A^{*}F + FA = -W, \tag{2}$$

де матриця A є виродженою, а матриця W – невід'ємно визначеною. Важливим питанням для теорії стійкості є питання існування додатно визначеного розв'язку рівняння (2) для додатно визначених матриць W. Відзначу, що проблема існування та знаходження додатно визначеного розв'язку цього матричного рівняння Ляпунова глибоко досліджена для випадку стійкої матриці A, випадок нестійкої матриці A досліджено вперше у даній дисертаційній роботі. Причому доволі природно виникає випадок, коли матриця W невід'ємно визначена.

Рівняння (2) відіграє важливу роль при побудові функції Ляпунова для системи (1). Оскільки функцію Ляпунова вдається знайти у вигляді $V = (Fx,x)$, де матриця F є додатно визначеним розв'язком рівняння (2); цей результат досить неочікуваний, оскільки система (1) має некероване нестійке перше наближення. Матричне рівняння (2) з виродженою матрицею A досліджено у другій частині другого розділу. Сформульовано та доведено необхідні та достатні умови розв'язності рівняння (2) та описано клас його додатно визначених розв'язків. Слід зазначити, що рівняння (2), на віміну від випадку стійкої матриці A, має додатно визначений розв'язок F лише для матриць W спеціального вигляду, причому, такий розв'язок не буде єдиним.

У третьому розділі розв'язано задачу стабілізації для системи (1). У якості нелінійного наближення до системи (1) розглянуто систему

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = u, \\ \dot{x}_i = c_{i-1} x_{i-1}^{2k_{i-1}+1}, \quad i = 2\ , \ \dots\ , n. \end{cases} \tag{3}$$

Для системи (3) в явному вигляді $u = u(x)$ побудовано клас стабілізуючих керувань та функцій Ляпунова у вигляді $V = (Fx, x)$. Доведено достатні умови відносно функцій $f_i(t,x,u)$, $i = 1, \dots, n-1$, для яких побудоване керування $u = u(x)$ стабілізує і вихідну нелінійну систему (1).

У четвертому розділі розв'язано задачу синтезу обмежених керувань для системи

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = u, \\ \dot{x}_i = x_{i-1} + f_{i-1}(t,x,u), \quad i = 2\ , \ \dots\ , n-1, \\ \dot{x}_n = x_{n-1}^{2k_{n-1}+1} + f_{n-1}(t,x,u). \end{cases} \tag{4}$$

Нелінійне наближення для системи (4) має вигляд (3) при $k_i = 0$, $i = 0, \dots, n-2$, та $k_{n-1} = k$ ($k = \dfrac{p}{q}$, $p-$ ціле число, $q-$ непарне число). Для системи нелінійного наближення за допомогою метода функцій керованості В.І. Коробова побудовано клас обмежених синтезуючих керувань $u = u(x)$. Доведено достатні умови, для яких керування $u = u(x)$ розв'язує задачу синтезу для вихідної нелінійної системи (4).

П'ятий розділ присвячено дослідженню задач керованості та стабілізованості для нелінійних трикутних систем

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = f_1(u, x_1\ , \ \dots\ , x_n), \\ \dot{x}_i = f_i(x_{i-1}, \ \dots\ , x_n),\ i = 2, \ \dots\ , n. \end{cases} \tag{5}$$

Клас трикутних систем було введено В.І. Коробовим у 1973 році. Ним було доведено, що для повної керованості системи (5) достатньо, щоб для деякого числа $a > 0$ справджувалась нерівність $\left|\dfrac{\partial f_i}{\partial x_{i-1}}\right| \ge a > 0,\ i = 1\ , \ \dots\ , n.$ У дисертаційній роботі розглянуто сингулярний випадок, коли остання умова порушується для $i = n$. Доведено, що система (5) є глобально нуль-керованою у випадку, коли

$$\left|\frac{\partial f_i}{\partial x_{i-1}}\right| \ge a > 0,\ i = 1\ , \ \dots\ , n-1, \quad \left|\frac{\partial f_n^{\frac{1}{2k+1}}}{\partial x_{n-1}}\right| \ge a > 0 \tag{6}$$

при всіх $x_0, x_1, \dots, x_n$ ($x_0 = u$), де $a-$ константа, яка не залежить від $u, x_1, \dots, x_n$. Запропоновано широкі класи сингулярних трикутних систем, для яких за допомогою відображення на системи вигляду (3) для $c_i = 1$ ($i = 1, \dots, n-1$) та $k_i = 0$ ($i = 0, \dots, n-2$), побудовано стабілізуючі та синтезуючі керування. У висновках до дисертації наведено перелік основних результатів роботи.

Суттєвих зауважень щодо змісту та якості дисертації немає. Є деякі погрішності оформлення, зокрема, на сторінці 82 точну рівність слід виправити на наближену, оскільки норму $\| x(49,58\,...)\| \approx 0,24\,...\ \times 10^{-11}$ отримано чисельними методами. Крім того, у переліку літератури на сторінці 108 слід виправити посилання [40], де переплутані бібліографічні описи монографій М.М. Красовського та І.Г. Малкіна.

Зроблені зауваження не впливають на загальну оцінку роботи та достовірність отриманих автором результатів. Зазначу, що в цілому дисертаційна робота виконана на високому нуковому рівні. Результати дисертаційної роботи можуть бути використані у наукових дослідженнях, які проводяться у Інституті математики НАН України, Київському національному університеті імені Тараса Шевченка, Фізико-технічному інституті низьких температур імені Б.І. Вєркіна НАН України, Львівському національному університеті імені Івана Франка, Харківському національному університеті імені В.Н. Каразіна, Донбаському державному педагогічному університеті та у багатьох українських та закордонних наукових центрах (США, Канади, Польщі, Китаю, Білорусі та інших).

Підбиваючи підсумки, зазначу, що дисертація являє собою завершену наукову працю і є вагомим внеском у розвиток теорії нелінійних диференціальних рівнянь. У дисертаційній роботі одержано нові нетривіальні результати, достовірність яких підтверджена строгими доведеннями; результати дисертаційної роботи апробовано на представницьких міжнародних наукових конференціях та семінарах. Основні результати дисертації опубліковано у фахових виданнях, у тому числі, виданнях, які мають імпакт-фактор, відповідно до існуючих вимог Міністерства освіти і науки України. Автореферат повністю відображає зміст дисертації.

Виходячи з вище зазначеного, вважаю, що дисертаційна робота «Стабілізація та синтез обмежених керувань для нелінійних систем із некерованим нестійким першим наближенням» виконана на високому рівні та задовольняє всім вимогам, які ставить Міністерство освіти і науки України до кандидатських дисертацій, а її автор - – Бебія Максим Отарійович заслуговує присудження йому наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.02 – диференціальні рівняння.

Офіційний опонент доктор фізико математичних наук, професор, завідувач кафедри математики ДВНЗ "Донбаський державний педагогічний університет" Чуйко С.М.

Підпис Чуйка С.М. засвідчую.
Начальник відділу кадрів Є.С. Сілін