

ВІДЗИВ

*офіційного опонента на дисертаційну роботу Гукалова О.О.
"Точні та наближені розв'язки рівняння Бріана – Піддака"
представлену на здобуття наукового ступеня
кандидата фізико-математичних наук
за спеціальністю 01.01.03 – математична фізика*

Тема дисертаційної роботи О.О. Гукалова належить до одного з актуальних напрямків досліджень сучасної математичної фізики, а саме, теорії нелінійних кінетичних рівнянь. Важливість і актуальність розвитку теорії таких рівнянь пов'язана, зокрема, з новими математичними проблемами, які виникають при математичному моделюванні еволюційних процесів в складних системах різноманітної природи, і які в останній час визначають нові напрямки розвитку сучасної математичної фізики.

Мета дисертаційної роботи полягала в подальшому розвитку методів побудови розв'язків нелінійного рівняння Больцмана зі зіткненнями, а саме, кінетичного рівняння для системи твердих куль з внутрішніми ступенями вільності (шорсткуваті кулі) – рівняння Бріана – Піддака. Зазначу, що пріоритетні результати в цьому напрямку досліджень були отримані у відомих працях професора В.Д. Гордевського.

Дисертаційна робота складається зі вступу, чотирьох розділів, висновків та списку використаної літератури.

У вступі згідно вимог до дисертацій обґрунтовано актуальність теми роботи, сформульовано мету і завдання дослідження, висвітлено нові результати, висунуті для прилюдного захисту, та їх апробацію.

Перший розділ дисертації традиційно присвячено аналізу сучасного стану, основних досягнень і відкритих проблем кінетичної теорії за темою роботи та внеску в цю теорію результатів, які отримано дисертантом.

У другому розділі роботи сформульовано основні поняття з теорії рівняння Больцмана для системи шорсткуватих твердих куль, які в подальшому використовуються з метою побудови точних та наближених розв'язків кінетичного рівняння Бріана – Піддака.

У третьому розділі дисертації побудовано стаціонарний розв'язок кінетичного рівняння Бріана – Піддака, а саме, встановлено, що такий розв'язок зображується локально максвеллівським розподілом відносно швидкості та кутової швидкості, якими характеризується типова частинка системи. Відзначу, що це питання тривалий час залишалось відкритим і в роботі воно було вирішено вперше.

У цьому розділі також проаналізовано фізичний зміст отриманого результату, що може бути використано з метою його практичних застосувань.

Четвертий розділ дисертації присвячено побудові наближених розв'язків кінетичного рівняння Бріана – Піддака, а саме, бімодальних (двохвершинних) функцій розподілу, якими описується взаємодія двох вихрових плинів системи твердих куль з внутрішніми ступенями вільності.

Розглянуто три типи (тип визначається відповідними виразами для параметрів максвеллівського розподілу (4.1)) вихрових плинів системи шорсткуватих твердих куль: смерчоподібний вихровий плин (визначається виразом (3.20)), вихровий плин типу «прискорення-ущільнення» (визначається виразами (4.58),(4.59)) та різновид останнього – гвинтоподібний вихровий плин (визначається виразами (4.138),(4.139)). Отримані в розглянутих випадках результати ґрунтуються на застосуванні методів побудови оцінок для нев'язки нелінійного еволюційного рівняння, тобто залишку різниці між вільною еволюцією типової частинки системи та процесом зіткнення частинок, які описуються відповідно оператором вільномолекулярної течії та інтегралом зіткнень кінетичного рівняння Бріана – Піддака. Зауважимо, що для кожного наближеного розв'язку в роботі будувалась оцінка відповідного залишку, а саме: рівномірно-інтегральна, інтегральна та рівномірно-інтегральна з вагою нев'язки.

В підсумку встановлено, що побудовані наближені розв'язки рівняння Бріана – Піддака якісно подібні до наближених розв'язків рівняння Больцмана для системи твердих куль з пружним зіткненням, тобто внутрішні ступені вільності твердих куль суттєво не впливають на макроскопічні властивості газу, еволюція стану якого описується за допомогою кінетичного рівняння з больцманівським інтегралом зіткнень.

Таким чином, оскільки теорія нелінійних диференціальних рівнянь в частинних похідних та її застосування належать до одного з актуальних напрямків розвитку сучасної математичної фізики, побудовані нові наближені розв'язки для рівняння Больцмана (кінетичного рівняння Бріана – Піддака) можна віднести до одного з основних досягнень дисертації.

У висновках до дисертації наведено перелік основних результатів роботи. Список використаних джерел відображає основні публікації сучасного етапу розвитку теорії кінетичних рівнянь систем багатьох частинок зі зіткненнями і є достатньо повним.

Зауважу, що рукопис дисертаційної роботи не позбавлений окремих недоліків.

- У дисертації не завжди достатньо чітко сформульовано означення, наприклад, означення 2.1 (дисертації), і відповідно означення 1.1 (автореферату), а також викладено зміст використаних позначень, наприклад, в авторефераті не пояснено, які вирази позначено в рівнянні (1.1-3) за допомогою змінних із зірочкою.
- Для деяких математичних понять в роботі використовується науковий сленг, наприклад, у другому розділі вживається термін «нев'язка з вагою» для рівномірно-інтегральної нев'язки з вагою (в авторефераті на відміну від дисертації вжито термін «відхил з вагою»).

- В окремих випадках для наведених в роботі тверджень виникає потреба в більш детальних роз'ясненнях та додаткових коментарях, що за їх відсутності ускладнює аналіз результатів роботи, наприклад, у четвертому розділі засто- було б прокоментувати фізичний зміст умов на параметри, за яких оцінки для нев'язок є найкращими.
- Недоліки технічного характеру. Робота містить окремі описки, наприклад, відсутні індекси параметрів наведених у коментарях до формули (3.1) з автореферату. В авторефераті використано нелогічну нумерацію теорем, а саме, у третьому розділі з цією метою використана цифра два, а у четвертому – цифри: три (підрозділ 4.1), чотири (підрозділ 4.2) та п'ять (підрозділ 4.3). В окремих випадках в одному рівнянні зустрічаються різні позначення для одного й того поняття, наприклад, в рівнянні (2.1-3) для скалярного добутку використано символи «(...)» та «·», в рівняннях (2.6) і (2.8) або рівності (3.3) для векторного добутку використано символи «*» та «[. x.]».
- Недоліки з граматики. В текстах автореферату та дисертації в окремих реченнях відсутній присудок, також зустрічається відсутність інтервалу між словами та неправильне вживання знаків пунктуації, наприклад, в назві рівняння Бріана – Піддака має бути тире, а не дефіс. Список використаної літератури оформлено з недотриманням відповідних вимог, наприклад, посилання [88] –[90].

У цілому дисертаційна робота виконана на сучасному науковому рівні і зазначені недоліки не впливають на її загальну позитивну оцінку.

Результати роботи можуть бути використані для подальших досліджень нелінійних еволюційних рівнянь статистичної механіки. Як побажання автору дисертантції, а також з метою стимулювати дослідження в розпочатому напрямку, зауважу наступне. Отримані результати можуть бути поширені на кінетичні рівняння, які узагальнюють рівняння Больцмана для щільних систем частинок, а саме: рівняння Больцмана – Енскоґа та рівняння Енскоґа немарковського типу. Відомо, що академіком М.М. Боголюбовим для кінетичного рівняння Больцмана – Енскоґа для системи твердих куль з пружним зіткненням побудовано точний (мікроскопічний) розв'язок (аналог односолітонного розв'язку), а для узагальнення рівняння Енскоґа в останній час встановлено точний розв'язок, який є аналогом багатосолітонного розв'язку. Тому для зазначених кінетичних рівнянь зі зіткненнями шорсткуватих твердих куль, які розглядаються в дисертації, природним є існування аналогів таких точних розв'язків. Ще одним з можливих напрямків застосувань результатів дисертації є побудова наближених розв'язків для рівняння Больцмана та його узагальнень для системи твердих куль з непружним зіткненням, які в останній час широко використовуються з метою моделювання колективної поведінки м'якої конденсованої речовини, а саме, гранульованих газів і гранульованих середовищ. Також система багатьох твердих куль з розглянутим в дисертації типом зіткнень може бути цікавим прикладом динамічної

системи для проблеми строгого виведення кінетичного рівняння Больцмана (в даному випадку – кінетичного рівняння Бріана – Піддака) в скейлінговій границі Больцмана – Греда.

Підсумовуючи, відзначу, що дисертаційна робота є завершеним науковим дослідженням, яке містить результати з одного з актуальних напрямків розвитку сучасної математичної фізики. В цілому результати дисертації, винесені на захист, є новими, достовірними і належать автору. Вони детально опубліковані в авторитетних наукових виданнях з математики і обговорювались з провідними фахівцями з математичної фізики на наукових семінарах і конференціях. Автореферат дисертації достатньо повно передає основні положення роботи, а сама дисертаційна робота цілком відповідає паспорту спеціальності 01.01.03 – математична фізика.

На мою думку, дисертаційна робота Гукалова О.О. "Точні та наближені розв'язки рівняння Бріана – Піддака" є завершеним науковим дослідженням, яке вирішує важливу і актуальну проблему сучасної математичної фізики, а саме, розвиток методів побудови розв'язків нелінійних кінетичних рівнянь систем багатьох частинок зі зіткненням. Вона відповідає всім вимогам щодо кандидатських дисертацій, які подаються на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.03 – математична фізика, зокрема, пп.13,14 "Порядку присудження наукових ступенів і присвоєння вченого звання старшого наукового співробітника", а сам дисертант Олексій Олександрович Гукалов, безперечно заслуговує на присудження йому наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.03 – математична фізика.

Провідний науковий співробітник
Інституту математики НАН України
доктор фізико-математичних наук,
професор

21.08.2015

