

ВІДГУК

офіційного опонента на дисертацію Нгуєн Ван Куїня
" Задачі теорії субгармонічних та дельта-субгармонічних
функцій" , подану на здобуття наукового ступеня канди-
дата фізико-математичних наук за спеціальністю
01.01.01 – математичний аналіз

Актуальність теми дослідження.

Субгармонійні функції відіграють важливу роль в аналізі та його застосуваннях тому, що, по-перше, вони є узагальненнями опуклих функцій однієї змінної; по-друге, у випадку плоских областей вони мають тісний зв'язок з голоморфними функціями, а саме: функції $|f|^\alpha$, $\alpha > 0$ та $\log |f|$, де f – голоморфна, є субгармонійними; і по-третє, згідно з теоремою Ф. Рісса субгармонійні функції в областях з евклідового простору довільного виміру локально є потенціалами. Що ж стосується дельта-субгармонійних функцій, тобто різниць субгармонійних функцій, які в дисертації також наділені значною увагою, то здавалось б, що вивчивши властивості субгармонійних функцій, ми автоматично вивчаємо властивості і їх різниць, тому окремої уваги вони нібито не заслуговують. Однак ця теза оманлива. До прикладу, субгармонійні функції $v(z)$, які для всіх $z \neq 0$ при деякому фіксованому $q, q \neq 1$ задовольняють умову $v(qz) = v(z)$, сталі, а дельта-субгармонійні ні, і їх теорія пов'язана з теорією еліптичних функцій. Тому дельта-субгармонійні функції заслуговують на окрему увагу, особливо з точки зору теорії Неванлінни.

Стосовно основного методу, яким автор дисертаційної роботи досліджує субгармонійні та дельта-субгармонійні у півплощині функції, а саме, методу теорії динамічних систем, то він має широке застосування в теорії диференційних рівнянь, математичному моделюванні, фізиці, економіці,

екології, соціології та інш. Теорія динамічних систем є основним математичним інструментом нелінійної динаміки, теоретичною базою для дослідження найрізноманітніших моделей, що виникають в природничих і соціальних науках, в техніці та технологіях.

Дослідження, що проводяться в Україні, відіграють важливу роль у розвитку теорії динамічних систем. Ще наприкінці XIX століття О.М. Ляпуновим були закладені основи сучасної теорії стійкості. У 30-40 роки XX століття фундаментальний внесок у теорію динамічних систем з інваріантної мірою і статистичну механіку вніс М.М. Боголюбов. Наступні дослідження в цьому напрямку привели до створення у другій половині XX століття теорії стохастичних динамічних систем.

З огляду на викладене вище тему дисертації та проведені в ній дослідження вважаю актуальними.

Тема дисертаційної роботи тісно пов'язана з науковими планами та програмами, які проводяться в галузі математики у Харківському національному університеті імені В.Н. Каразіна. Основні результати дисертаційної роботи було використано при виконанні науково-дослідних тем "Комплексний аналіз в теорії операторів, теорії інтегралів Фур'є та геометрії" (номер державної реєстрації 0111U010366) та "Розробка теоретико-функціональних методів та застосування в теорії операторів та математичній статистиці" (номер державної реєстрації 0115U000481)., що виконувалися кафедрою математичного аналізу Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна.

Таким чином, все вище сказане, та вивчення дисертаційної роботи Нгуєн Ван Куїня дає підстави стверджувати, що тема дослідження безпосередньо пов'язана з працями харківських математиків, її актуальність незаперечна.

1

Ступінь обґрунтованості та достовірність наукових положень, висновків і рекомендацій, сформульованих у дисертації.

Наукові положення, висновки і рекомендації, сформульовані в дисертації, є достовірними, всебічно обґрунтованими і доведеними теоретично. Обґрунтованість та достовірність наукових положень і результатів підтверджується застосуванням широкого спектру методів математичних досліджень, апробацією на науково-практичних конференціях і семінарах, а також повнотою джерел використаної інформації.

Наукова новизна дисертаційного дослідження визначається самостійністю одержаних результатів, високим рівнем доведень та безпосередньою спрямованістю на розв'язання важливих питань для математики, пов'язаних з дослідженням дельта-субгармонічних функцій.

Ставлячи за мету дослідження зв'язок збіжності послідовності дельта-субгармонічних функцій в сенсі теорії узагальнених функцій з іншими видами збіжності, отримання нових результатів в теорії граничних множин для дельта-субгармонічних функцій і мір Радона, а також отримання розв'язку для питання про існування цілої функції нульового уточненого порядку методами теорії міри і потенціалу, функціонального аналізу, теорії динамічних систем, а також різноманітними методами теорії функцій комплексної змінної, методами математичного аналізу та деякими прийомами з робіт відомих математиків, автором були сформульовані завдання та отримані результати дослідження, яким притаманна наукова новизна.

Робота містить багато цікавих результатів. На наш погляд основними серед них є наступні:

1. Нові представлення дельта-субгармонічних функцій у формі типу Брело (теореми 3.3 та 3.4).

2. Теорема про існування цілої функції заданого нульового уточненого порядку (теорема 3.9).

Всі основні результати дисертації Нгуен Ван Куїня є новими і викладені в роботі з повним доведенням; мають теоретичне та практичне значення. Треба відмітити, що, незважаючи на завершальний характер поданого до розгляду дослідження, дана тематика не вичерпана. Але результати дисертації широко відкривають шлях до наступних праць в цій галузі.

Зауваження та дискусійні положення.

Позитивно оцінюючи високий науковий і практичний рівень виконаного дослідження, слід відмітити окремі недоліки та дискусійні положення:

1. Місцями робота викладена дещо формально, що ускладнює її читання.
2. Робота та автореферат містять деякі дрібні огріхи.

Наприклад,

- a. Стор. 18¹² "выполняется" слід замінити словом "выполнялось".
 - b. Стор. 18₁₂, 18₄, "вытекает" слід замінити словом "вытекают".
 - c. Теорема 1.8 – 1.12 треба було назвати твердженнями.
 - d. На сторінці 14 речення "Имеется глобальное неравенство ..., где ..." краще замінити на "Если $\rho(r)$ – нулевой уточненный порядок, то справедливо неравенство ...".
3. Слід би навести посилання на статтю: Л.И. Ронкин. Регулярность роста и D' -асимптотика голоморфных функций в \mathbb{C}^+ // Изв. вузов. Математика. – 1990. – №2. – Стр. 16 – 28, в якій наведено викладання теорії функцій цілком регулярного зростання у півплощині в сенсі

граничних множин типу Азаріна.

4. Слід би навести повне доведення теореми 3.2.

Однак, наведені зауваження не є істотними і не впливають на загальну позитивну оцінку дисертаційної роботи.

Значення для науки результатів дисертації.

Результати, подані у дисертації, мають як теоретичний так і практичний характер. Вони можуть знайти застосування у подальших дослідженнях.

Результати розділу 2 можуть бути використані:

а) для дослідження $Fr[\mu]$ граничних множин Азаріна мір μ в областях простору \mathbb{R}^m ;

б) для дослідження динамічних систем в метричному просторі $(Fr[\mu], d)$, де носій міри μ відмінний від \mathbb{R}^m .

Результати розділу 3 можуть бути використані для вивчення дельта-субгармонійних функцій цілком регулярного зростання у просторі \mathbb{R}^m .

Результати і методи роботи становлять науковий інтерес і можуть знайти застосування у дослідженнях з дельта-субгармонійних функцій, що проводяться в Інституті математики НАН України, Фізико-технічному інституті низьких температур ім. Б.І. Веркіна НАН України, Київському, Львівському, Харківському, Донецькому, Дрогобицькому, Одеському, Сумському університетах та інших наукових установах.

Загальний висновок про відповідність дисертації встановленим вимогам.

Дисертаційна робота Нгуен Ван Куїня виконана на високому науковому рівні і є закінченим науковим дослідженням. У ній вирішені деякі актуальні задачі теорії субгармонійних функцій.

Основні результати дисертації є новими. Вони своєчасно і досить повно висвітлені автором в 5-х журнальних статтях у фахових виданнях. Результати дисертації пройшли апробацію на міжнародних конференціях та семінарах. Оформлення дисертації відповідає вимогам, щодо кандидатських дисертацій. Автореферат повністю та ідентично відображає основні положення дисертації.

Направлення і тематика досліджень повністю відповідають паспорту спеціальності 01.01.01 – математичний аналіз. Достовірність отриманих у дисертації результатів підтверджується наведеними доведеннями та порівнянням з результатами відомих в цій області роботами. Дисертаційна робота "Задачі теорії субгармонічних та дельта-субгармонічних функцій" задовольняє усім вимогам, щодо дисертацій на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук, а її автор Нгуєн Ван Куїнь заслуговує присудження наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.01 – математичний аналіз.

Офіційний опонент: д.ф.-м.н., професор,
професор кафедри прикладної та
обчислювальної математики Сумського
державного університету



Григор

К. Г. Малютін



Підпис Малютіна К.Г. засвідчую
начальник ВК Д. Кирич В.М.