

## ВІДГУК

офіційного опонента на дисертаційну роботу  
РЕВІНОЇ Тетяни Володимирівни  
«Позиційний синтез для робастних лінійних систем»  
подану на здобуття наукового ступеня  
кандидата фізико-математичних наук  
за спеціальністю 01.01.02 – диференціальні рівняння

### 1. Актуальність теми дисертаційного дослідження

Однією з принципових проблем математичної теорії керування є побудова обмежених керувань, які б за скінчений час доставляли системі необхідних якісних характеристик. Зокрема, такими характеристиками можуть виступати умови досяжності системою певного стану, стійкість замкненої системи до зовнішніх збурень та інші. Цим питанням присвячена достатньо обширна наукова література. Проте найбільш загальний підхід до розв'язання задачі синтезу обмежених керувань для довільної нелінійної автономної керованої системи був запропонований В.І. Коробовим в 1979 році («Общий поход к решению задачи синтеза ограниченных управлений в задаче управляемости», Матем. сборник, Т. 109 (151), № 4(8)). Водночас в наведеній статті була отримана оцінка на час руху з довільної початкової точки у початок координат. Цей метод, який з часом отримав назву метода функцій керованості Коробова, був розвинений у багатьох напрямах. Проте принциповою відмінністю цього підходу від відомих на той час методів розв'язання задач синтезу позиційних чи стабілізуючих керувань є той факт, що він дозволяє розв'язати задачу синтезу обмеженого закона керування, на якому система з довільного початкового стану (в деякому околі початку координат) досягає початку координат за скінчений час. Власне ця характеристика є найбільш визначальною при розв'язанні практичних задач теорії керування. Разом з тим

більшість відомих в цій області результатів та застосувань методу функцій керованості Коробова стосуються розв'язання задачі синтезу обмежених керувань для систем диференціальних рівнянь, що можуть бути зведені до систем канонічного виду чи бути в певному сенсі близькими до таких. Проте практичне впровадження такого підходу вимагає його обґрунтування на випадок так званих робасних систем, тобто систем, які враховують наявність невідомих але обмежених збурень. В зв'язку з цим, в дисертаційній роботі автор досліджує задачу синтезу для лінійної системи за наявності неперервних обмежених невідомих збурень. Зокрема, розв'язується наступна задача: знайти обмеження на невідомі збурення, при яких керування, яке розв'язує задачу синтезу для лінійної системи без збурень, буде розв'язувати також задачу синтезу і для збуреної системи.

Виходячи з неведеного вважаю, що тема дисертаційної роботи Ревіної Т.В., яка привичена проблемам позиційного синтезу для робасних лінійних систем, є актуальною і відповідає напрямам наукових досліджень відповідно до закону України "Про приоритетні напрями розвитку науки і техніки" .

## **2. Ступінь обґрунтування наукових положень, висновків, рекомендацій, та їх достовірність**

Основні положення та висновки дисертаційної роботи в достатній мірі науково обґрунтовані. Методи досліджень базуються на використанні основних положень математичної теорії керування, теорії диференціальних рівнянь, теорії стійкості інтервальних матриць, другого методу Ляпунова та методу функцій керованості В. І. Коробова. Достовірність отриманих автором результатів забезпечується строгими математичними доведеннями ключових результатів, коректністю математичних постановок задач синтезу обмежених керувань, та результатами застосувань запропонованого підходу до задач механіки.

### **3. Наукова новизна одержаних результатів**

До найбільш важливих результатів даного дослідження, які визначають наукову новизну роботи та виносяться на захист, варто віднести наступні:

1. Побудовано керування, яке задовольняє наперед заданим обмеженням і розв'язує задачу переходу з довільної початкової точки деякого околу початку координат у початок координат за скінчений час для лінійних робастних систем за наявністю збурень.
2. Для одного класу збурень отримано найширші межі його зміни, при яких задач глобального позиційного синтезу і локального позиційного синтезу для лінійних робастних систем з одновимірним керуванням є розв'язною.
3. Отримано межі зміни збурень у випадку декількох незалежних збурень для задачі глобального позиційного синтезу і локального позиційного синтезу для лінійних робастних систем з одновимірним керуванням.
4. Отримана загальна межа зміни збурень у випадку декількох незалежних збурень для задачі глобального позиційного синтезу і локального позиційного синтезу для лінійних робастних систем з багатовимірним керуванням.
5. Отримано оцінки зверху та знизу на час руху з довільної початкової точки у початок координат за наявності невідомих обмежених збурень.
6. Наведені механічні приклади застосування одержаних результатів.

Таким чином, одним із центральних результатів роботи є те, що автор переконливо встановив можливість застосування методу функції керованості В. І. Коробова до розв'язання задачі синтезу не лише для тих канонічних систем, для яких були доведені теореми В. І. Коробова, але й для збурених канонічних систем. Також важливим результатом дисертації є запропоновані явні оцінки для меж зміни неперервних збурень.

#### **4. Практичне значення отриманих результатів**

Практична вагомість отриманих результатів дисертаційної роботи полягає в тому, що запропонований підхід дозволяє будувати закони глобального позиційного синтезу і локального позиційного синтезу для об'єктів, динаміка яких описується лінійними робастними системами в канонічній формі, застосовуючи для цього метод функцій керованості. Робота носить теоретичний та практичний характер. Результати дисертації можуть бути використані для подальшого дослідження методів розв'язку задачі позиційного синтезу для лінійних робастних систем.

#### **5. Аналіз публікацій та повнота відображення результатів в авторефераті дисертації**

За результатами наукових досліджень опубліковано 22 друкованих праць (з них 7 у виданнях, що входять до переліку ВАК України), 1 препрінт та 14 публікації в матеріалах міжнародних та всеукраїнських наукових конференцій. Наведений перелік публікацій та їх зміст відповідають темі дисертації, в повному обсязі відображають її основні положення, наукові результати та висновки, свідчать про їх новизну. Зміст автореферату повністю відповідає змісту дисертації. В ньому достатньо повно відображені основні положення і висновки дисертації. У дисертації і авторефераті визначено особистий внесок дисертанта для тих друкованих праць, які опубліковані в співавторстві.

#### **6. Відповідність дисертації встановленим вимогам**

Структура дисертації, обсяг та її оформлення відповідають вимогам до кандидатських дисертацій, затверджених постановою Кабінету Міністрів України від 24 липня 2013 р. № 567. Робота містить нові наукові положення і результати, які науково обґрунтовані і в сукупності є суттєвими для розв'язання актуальної наукової проблеми. Зміст і результати дисертаційного дослідження викладено логічно, послідовно та аргументовано.

## **7. Оцінка змісту дисертації і її завершеності**

Дисертація є завершеною науковою роботою, виконаною на актуальну тему. Дисертація написана граматично вірно і достатньо лаконічно, чіткою і ясною мовою, з логічним способом викладення матеріалу, що в достатній мірі характеризує загальний науково-технічний рівень автора. Дисертація складається із вступу, чотирьох розділів, висновків, списку використаних джерел, який містить 116 найменувань, та 43 малюнків.

У **вступі** обґрунтована актуальність теми, сформульовані мета і задачі дослідження, визначено методи дослідження, наукова новизна, практичне значення одержаних результатів та наведено зв'язок дисертації з науковими програмами, планами, темами. Також подано відомості про апробацію результатів дослідження та про публікації автора за темою дисертації.

У **першому розділі** описано метод функції керованості, наведено огляд літератури з розв'язку задачі синтезу за скінчений час та з теми робастності, наведено пояснення термінів "робастна система з одновимірним керуванням" та "робастна система з багатовимірним керуванням".

В дисертаційній роботі під робастною системою з одновимірним керуванням розуміється система

$$\dot{x} = (A_0 + p(t, x)R)x + b_0u, \quad (1)$$

де  $A_0$  – матриця, елементи головної наддіагоналі котрої дорівнюють 1, а всі інші дорівнюють 0,  $b_0$  – вектор, останній елемент котрого дорівнює 1, а всі інші дорівнюють 0,  $t \geq 0$ ,  $x \in Q \subset \mathbb{R}^n$ ,  $Q$  – деякий окіл початку координат,  $u$  – скалярне керування, яке задовольняє обмеженню  $|u| \leq 1$ , функція  $p(t, x)$  задовольняє обмеженю  $d_1 \leq p(t, x) \leq d_2$  і є **невідомою**. Що стосується матриці  $R$ , то в роботі розглядаються декілька її варіантів, один з яких задається

формулою:

$$R = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ & & & & \ddots & & \\ r_{(n-2)1} & r_{(n-2)2} & r_{(n-2)3} & r_{(n-2)4} & \dots & r_{(n-2)(n-1)} & 0 \\ r_{(n-1)1} & r_{(n-1)2} & r_{(n-1)3} & r_{(n-1)4} & \dots & r_{(n-1)(n-1)} & r_{(n-1)n} \\ r_{n1} & r_{n2} & r_{n3} & r_{n4} & \dots & r_{n(n-1)} & r_{nn} \end{pmatrix}, \quad (2)$$

де  $r_{11}, \dots, r_{nn}$  – деякі відомі числа.

**Другий розділ** стосується постановки задачі глобального синтезу для робастних систем з одним збуренням та доведені теореми, які розв'язують задачу синтезу. У підрозділі 2.1 розглянуто випадок з матрицею  $R$  у якої відмінний від нуля тільки елемент  $r_{12} = 1$ . У підрозділі 2.2 доведена теорема, в якій запропоновано розв'язок задачі глобального синтезу та знайдені межі зміни симетричного збурення для робастної системи (1) із матрицею  $R$ , у якої тільки елементи головної наддіагоналі відмінні від нуля.

**Третій розділ** присвячено доведенню теорем про знаходження найбільшого відрізу меж зміни збурення для робастної системи з одновимірним керуванням. У підрозділі 3.1 доведена теорема про розв'язок задачі глобального синтезу для робастної системи (1) із матрицею  $R$ , у якої тільки елементи головної наддіагоналі відмінні від нуля. У підрозділі 3.2 доведені теореми про розв'язок задачі глобального і локального синтезу для робастної системи (1) з одновимірним керуванням із матрицею  $R$  вигляду (2).

Результати цього розділу ілюструються модельними прикладами. Зокрема розв'язана задача синтезу для двовимірної робастної системи, задача керування рухом матеріальної точки з урахуванням невідомого обмеженого тертя, задача синтезу для робастної коливальної системи та задача синтезу для зв'язаного осцилятора. У останньому прикладі доведено, що межі зміни збурень можна брати ширшимі ніж ті, які отримані у теоремі.

У **четвертому розділі** розглянуто випадок декількох незалежних збурень. У підрозділі 4.1 наведено розв'язок задачі синтезу для робастної систе-

ми у випадку одновимірного керування. У підрозділі 4.2 розв'язана задача синтезу для лінійної системи у випадку багатовимірного керування. У підрозділі 4.3 доведені теореми про розв'язок задачі глобального та локального синтезу для робастної системи у випадку багатовимірного керування а також отримана межа зміни збурення. Цей розділ завершується розв'язком задачі зупинки коливань керованого руху системи двох зв'язаних маятників.

## 8. Зауваження щодо змісту дисертації

1. На стор. 14 після формули (1.1) доречно було б вказати, що  $Q$  є деяким окілом початку координат. Насправді, автор зазначає цей факт значно нижче за текстом.
2. Аналогічно до попереднього зауваження, на стор. 25 у формулі (1.36) не вказано, що  $n_1 \geq n_2 \geq \dots \geq n_r \geq 1$ ,  $n_1 + \dots + n_r = n$ . Ця умова автором наводиться лише після формули (1.38).
3. На стор. 40 у визначенні 2.1 автор вимагає виконання властивості неперевності функції  $p(t, x)$  за змінними  $t$  та  $x$ . Проте для забезпечення коректності подальшого аналізу було б достатнім вимагати від цієї функції лише виконання умови Ліпшица за змінною  $x$ .
4. У підрозділі 3.4 наведено керування рухом матеріальної точки з урахуванням невідомого обмеженого тертя. На мій погляд, цей приклад доцільно було б навести після доведення формули (4.4), де дається обґрунтування умови

$$\dot{\Theta} \leq -1 + \lambda_{\max}((F^1)^{-1} S(\Theta, t, x_1, x_2)) \leq -\gamma_1.$$

5. На стор. 125 у зауваженні 4.6 допущена некоректність. А саме написано: величина  $\Delta \rightarrow \max$  при  $\gamma_1 \rightarrow 0$ , при цьому  $T(x_0, \mathcal{R}) \rightarrow +\infty$  при  $\Delta \rightarrow 0$ . На мою думку, доцільніше б було написати так: величина  $\Delta \rightarrow \max$  при  $\gamma_1 \rightarrow 0$ , при цьому  $T(x_0, \mathcal{R}) \rightarrow +\infty$  при  $\gamma_1 \rightarrow 0$ .

## **ЗАГАЛЬНИЙ ВИСНОВОК**

Не зважаючи на наведені зауваження, дисертаційна робота Ревіної Т. В. «Позиційний синтез для робастних лінійних систем» є логічним, самостійним та завершеним науковим дослідженням на актуальну тему, в якій отримані нові науково обґрунтовані результати, достовірність яких підтверджена строгими доведеннями та численними апробаціями на наукових конференціях та наукових семінарах. Дисертація виконана на високому професійному рівні. Результати дисертації з достатньою повнотою опубліковано у наукових виданнях відповідно до існуючих вимог МОН України. Основні положення опубліковано у 5 фахових журналах України, в тому числі у науковому журналі, який має імпакт-фактор, у 2 міжнародних журналах та у 1 препринті. Автореферат повністю відображає зміст дисертації.

Робота носить теоретичний та практичний характер. Результати дисертаційної роботи можуть бути використані для в наукових дослідженнях, які проводяться у Фізико-технічному інституті низьких температур імені Б. І. Вєркіна НАН України (м. Харків), Інституті математики НАН України (м. Київ), Київському національному університеті імені Тараса Шевченка, Харківському національному університеті імені В. Н. Каразіна, Львівському національному університеті імені Івана Франка, Дніпровському національному університеті імені Олеся Гончара та інших українських та закордонних наукових центрах.

Наведене дає підстави зробити висновок, що дисертаційна робота Ревіної Тетяни Володимирівни «Позиційний синтез для робастних лінійних систем», що представлена на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.02 – диференціальні рівняння, за обсягом проведених досліджень, її актуальністю, новизною, науковим рівнем та кількістю публікацій відповідає всім п.п.9,11 положення про

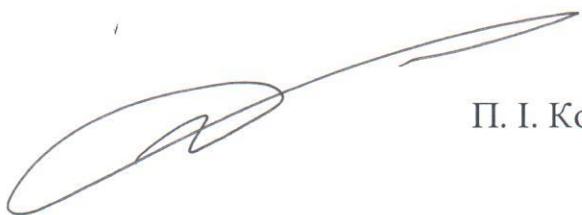
“Порядок присудження наукових ступенів”,  
 затвердженого Постановою Кабінету Міністрів України від 24.07.2013 року № 567, а її автор – Ревіна Т. В. заслуговує на присудження її наукового

ступеня кандидата фізико – математичних наук за спеціальністю 01.01.02 –  
диференціальні рівняння.

Офіційний опонент

доктор фізико – математичних наук,  
завідувач кафедри диференціальних рівнянь  
Дніпровського національного  
університету імені О. Гончара  
професор

П. І. Когут



Підпись П.І. Когута засвідчує

Вчений секретар

Дніпровського національного  
університету імені О. Гончара

Т. В. Ходанен

