

ВІДГУК

Офіційного опонента на дисертаційну роботу

Бебії Максима Отарійовича

«Стабілізація та синтез обмежених керувань для нелінійних систем із

некерованим нестійким першим наближенням»,

подану на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук

за спеціальністю 01.01.02 – диференціальні рівняння

Дисертаційна робота Бебії М.О. присвячена проблемам стабілізації та синтезу обмежених керувань для нелінійних керованих систем звичайних диференціальних рівнянь. Серед них особливе місце займають нелінійні системи із некерованим першим наближенням. Дослідження таких систем є актуальною проблемою сучасної нелінійної теорії диференціальних рівнянь. Існує ряд методів дослідження нелінійних керованих систем. Більшість із них ґрунтуються: 1) на дослідженні першого наближення до початкової нелінійної системи; 2) на відображені вихідної системи на лінійну. Основний інтерес досліджень, проведених у дисертаційній роботі, полягає у тому, що автор розглядає системи, які мають некероване нестійке перше наближення і не можуть бути відображені на лінійні системи. Проблеми синтезу та стабілізації для класів таких нелінійних систем не розв'язані в повному об'ємі.

У роботі запропоновано конструктивний підхід до розв'язання задач стабілізації та синтезу для широких класів нелінійних систем із некерованим нестійким першим наближенням. Цей метод полягає у дослідженні системи нелінійного наближення до початкової системи. Для таких наближень побудовано класи стабілізуючих та обмежених синтезуючих керувань. Отримано достатні умови, при яких побудовані керування розв'язують задачі синтезу та стабілізації для вихідної нелінійної системи. Побудова стабілізуючих керувань для системи нелінійного наближення ґрунтується на методі функції Ляпунова, а побудова синтезуючих керувань – на методі функції керованості В.І. Коробова. Для таких керувань виникає сингулярне матричне рівняння Ляпунова, яке теж досліджено у роботі.

В роботі досліджено питання керованості та стабілізованості для нелінійних сингулярних трикутних систем. Вперше клас трикутних систем започаткував В.І. Коробов у 1973 році у зв'язку із задачею керування супутником. В.І. Коробовим було отримано достатні умови, при яких трикутні системи відображаються на лінійні. У своїй дисертаційній роботі пошукач

розглянув більш широкий клас трикутних систем (сингулярний випадок), що відображаються на нелінійну систему спеціального вигляду. За допомогою такого відображення автором досліджено питання стабілізованості та керованості для сингулярних трикутних систем, а також їх узагальнення.

Все вище перелічене підкреслює актуальність теми дисертаційної роботи.

Дисертація складається зі вступу, п'яти розділів, висновків та списку використаної літератури.

У вступі обґрунтовано актуальність досліджень, вказано на їх зв'язок з планами наукової роботи та окреслено основні результати дисертаційної роботи.

У першому розділі досить повно проведено огляд літератури з нелінійної теорії керування та описано стан сучасних проблем, пов'язаних зі стабілізацією та керованістю нелінійних систем звичайних диференціальних рівнянь. Зміст розділу ще раз підтверджує актуальність теми дисертації.

Одним із об'єктів дослідження дисертаційної роботи є нелінійна система вигляду

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = u, \\ \dot{x}_i = c_{i-1}x_{i-1}^{2k_{i-1}+1} + f_{i-1}(t, x, u), \quad i = 2, \dots, n. \end{cases} \quad (1)$$

де $k_i = \frac{p_i}{q_i}$ (p_i – цілі числа, q_i – непарні числа), c_i – дійсні числа такі, що $\prod_{i=1}^{n-1} c_i \neq 0$.

Нелінійним наближенням до системи (1) обрано систему

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = u, \\ \dot{x}_i = c_{i-1}x_{i-1}^{2k_{i-1}+1}, \quad i = 2, \dots, n. \end{cases} \quad (2)$$

При побудові стабілізуючих та синтезуючих керувань для системи (2) виникає сингулярне матричне рівняння Ляпунова $A^*F + FA = -W$, де A є виродженою матрицею. Питання розв'язуваності цього рівняння досліджено у другому розділі.

У третьому розділі розв'язано задачу стабілізації для системи (1). У підрозділі 3.2 побудовано класи стабілізуючих керувань та функцій Ляпунова для системи (2) у випадку, коли $c_i = 1$, $i = 1, \dots, n-1$. Основним результатом підрозділу 3.2 слід вважати теорему 3.1. У підрозділі 3.3. отримано достатні умови, при яких побудовані для системи (2) керування стабілізують вихідну систему (1). У підрозділі 3.4. розв'язано задачу стабілізації системи (1) для довільних c_i таких, що $\prod_{i=1}^{n-1} c_i \neq 0$, які є некерованими за першим наближенням.

Аналогічний підхід дозволив розв'язати задачу синтезу обмежених керувань для системи (1) у випадку, коли $k_i = 0$, $i = 0, \dots, n-2$, та $k_{n-1} > 0$. Цей

випадок досліджено у четвертому розділі. У підрозділі 4.2 побудовано класи обмежених синтезуючих керувань та функцій керованості для системи (2) при $c_i = 1$, $i = 1, \dots, n-1$. У підрозділі 4.3 отримано достатні умови, при яких побудовані для системи нелінійного наближення (2) керування розв'язують задачу синтезу для вихідної системи (1). Розв'язок задачі синтезу для довільних c_i таких, що $\prod_{i=1}^{n-1} c_i \neq 0$ побудовано у підрозділі 4.4.

У п'ятому розділі досліджено питання керованості та стабілізованості для трикутних систем

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = f_1(u, x_1, \dots, x_n), \\ \dot{x}_i = f_i(x_{i-1}, \dots, x_n), \quad i = 2, \dots, n \end{cases} \quad (3)$$

у сингулярному випадку, коли порушена умова $\frac{\partial}{\partial x_{n-1}} f_n(x_{n-1}, x_n) \neq 0$.

Сформульовано достатні умови глобальної нуль-керованості системи (3). Запропоновано спеціальні класи сингулярних трикутних систем, для яких за допомогою відображення на нелінійну систему (2) побудовано класи стабілізуючих та синтезуючих керувань.

По дисертації є наступні зауваження:

- 1) на стор. 31 – пропущено означення матриці W (і в автoreфераті також);
- 2) теореми 5.1 – 5.3 мають місце при відповідній гладкості функцій $c_i(x_1, \dots, x_n)$. Питання про справедливість цих результатів при умові тільки неперервності не досліджуються. Хоча це може стати подовженням досліджень в цьому напрямку.

Висловлені зауваження не впливають на високий науковий рівень отриманих результатів та їх достовірність.

Дисертаційна робота Бебії М.О. є самостійною завершеною науковою працею, у якій отримано нові науково обґрунтовані результати, які є суттєвим вкладом у розвиток нелінійної теорії диференціальних рівнянь. Результати дисертації строго доведені, опубліковані у фахових наукових виданнях (в тому числі, у виданні, що має імпакт-фактор) відповідно до існуючих вимог ДАК України та апробовані на наукових конференціях і семінарах, тому їх достовірність не викликає сумніву. Автoreферат ідентичним чином відображає зміст дисертації.

Результати дисертаційної роботи можуть бути застосовані у наукових дослідженнях у Фізико-технічному інституті низьких температур імені Б.І. Веркіна НАН України, Інституті прикладних проблем механіки і

математики імені Я.С. Підстригача НАН України, Дніпропетровському національному університеті імені Олеся Гончара, Харківському національному університеті імені В.Н. Каразіна, Institute of Mathematics of Szczecin University та інших українських та закордонних наукових центрах.

Виходячи з висловленого вище, вважаю, що дисертація за рівнем отриманих результатів повністю відповідає вимогам, щодо кандидатських дисертацій.

Таким чином, дисертаційна робота «**Стабілізація та синтез обмежених керувань для нелінійних систем із некерованим нестійким першим наближенням**» відповідає «Порядку присудження наукових ступенів», затвердженному постановою Кабінету Міністрів України №567 від 24 липня 2013 року зі змінами внесеними згідно з постановами Кабінету Міністрів України №656 від 19.08.2015 р. та №1159 від 30.12.2015 р., а її автор – **Бебія Максим Отарійович** заслуговує присудження йому наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.02 – диференціальні рівняння.

Офіційний опонент
доктор фізико-математичних наук,
професор, провідний науковий
співробітник відділу теорії функцій
Фізико-технічного інституту низьких
температур імені Б.І. Веркіна
НАН України

Золотарьов В.О.

