

## ВІДГУК

офіційного опонента на дисертаційну роботу

**Лемешевої Наталі Володимирівни**

*«Взаємодія локально-максвелівських течій в розрідженому газі»*,

поданої на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук  
за спеціальністю 01.01.03 – математична фізика

Одним з основних питань класичної кінетичної теорії є дослідження поведінки розрідженого газу. Це питання має довгу і багату історію, витoki якої відносяться до класичних праць Больцмана. Як відомо, не існує єдиної математичної моделі, яка б точно прогнозувала властивості всіх газів при будь-яких умовах. В залежності від прийнятої моделі взаємодії молекул у момент зіткнення виникають різні системи досить складних нелінійних рівнянь. Однією з основних моделей взаємодії між молекулами є модель твердих куль, що описується класичним рівнянням Больцмана. Це рівняння, якому задовольняє функція розподілу частинок газу за швидкостями при довільних відхиленнях від рівноваги. Важливим моментом дослідження цього рівняння є побудова досить багатого класу явних розв'язків, що мають прозору аналітичну структуру. Зрозуміло, що для такого складного нелінійного тривимірного інтегро-диференціального рівняння пошук точних розв'язків є дуже нетривіальною проблемою, і дійсно, на сьогоднішній день єдиним відомим точним розв'язком є розподіл Максвелла, тобто максвеліан. Тож дуже природним є питання розширення класу аналітичних розв'язків за рахунок явно заданих наближених розв'язків, що задовольняють моделі твердих куль із деякою похибкою. Наразі найбільш успішними є спроби пошуків наближених розв'язків у вигляді так званих бімодальних розподілів, тобто лінійних комбінацій двох максвеліанів із коефіцієнтами, що залежать, взагалі кажучи, як від просторової, так і від часової змінних.

Дисертаційна робота Лемешевої Н.В. присвячена подальшому дослідженню бімодальних розподілів, які відповідають процесам взаємодії

між локально-максвелівськими течіями довільної складності в розрідженому газі з твердих куль і відносяться до типу «прискорення-ущільнення». Ці розподіли являють собою явні наближені розв'язки нелінійного кінетичного інтегро-диференціального рівняння Больцмана в усьому просторі. Перш за все відзначу, що дисертаційна робота містить ретельний, детальний опис стану справ у галузі, та опис моделі, що досліджується (розділи 1 і 2). Відповідно до мети роботи, основна частина дисертації складається з трьох розділів, з третього по п'ятий. Розглядаються чотири різних відхили між двома частинами рівняння Больцмана: так званий рівномірно-інтегральний, змішані відхили з рівномірною та нерівномірною вагами та інтегральний. Основною метою дисертації є пошук таких достатніх умов на коефіцієнтні функції бімодального розподілу для кожного відхилу, які, перш за все, роблять цей відхил коректним, тобто скінченним, а по друге, мінімізують у деякому сенсі похибку, і забезпечують її малість у режимі низьких температур. Зокрема, у *третьому розділі* розглядається норма різниці між лівою і правою частинами рівняння Больцмана у вигляді рівномірно-інтегрального відхилу, для якого знайдено достатні умови довільної малості похибки для досить загальних коефіцієнтних функцій, але з малою амплітудою  $D_i$ . Відзначимо, що густина максвеліанів збільшується при низьких температурах експоненційно, тобто навіть оцінка рівномірної обмеженості похибки за часом, просторовими змінними та температурою є нетривіальною задачею. Дисертанткою детально і коректно проведено всі оцінки виразів для відхилу, а також з'ясована ступінь малості відхилу в залежності від параметрів, які входять до коефіцієнтних функцій бімодальних розподілів. Цей розділ становить основу дисертації, бо саме ці результати є найбільш технічно і аналітично складними.

У *четвертому розділі* отримано аналоги основних результатів розділу 3 для рівномірно-інтегральних відхилів з «однорідною вагою» та «неоднорідною вагою». Завдяки наявності цих ваг вимоги на коефіцієнтні функції бімодального розподілу значно послабшено.

У п'ятому розділі на базі використання інтегрального відхилю отримано результати, що дозволяють значно розширити клас коефіцієнтних функцій і побудувати явні наближені розв'язки рівняння Больцмана нового типу.

Усі результати роботи супроводжуються строгими доведеннями. Загальні висновки по дисертації відповідають її змісту, конкретно і стисло висвітлюють основні наукові результати. При отриманні цих результатів Н.В. Лемешева продемонструвала вміння долати значні аналітичні труднощі, та вміння працювати з різноманітним математичним апаратом в залежності від вимог кожної конкретної задачі. Всі результати є новими і достовірними. Вони повно викладені в опублікованих роботах та доповідались на багатьох наукових конференціях.

Зміст автореферату повністю відповідає змісту дисертації і достатньо повно відображає основні положення дослідження.

Обсяг друкованих робіт та їх кількість відповідають вимогам МОН України щодо публікації основного змісту дисертації на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук.

Дисертаційна робота Лемешевої Н.В. носить здебільшого теоретичний характер. Її результати можуть бути використані для подальшого вивчення кінетичних рівнянь і властивостей їх розв'язків. Вони також можуть знайти застосування в деяких прикладних галузях при моделюванні різних феноменів, пов'язаних із взаємодією потоків газу за допомогою відносно простих аналітичних виразів.

Є декілька зауважень по презентації матеріалу дисертації:

1. Формулювання теорем є досить громіздкими, бо містять точні оцінки для похибок. Ці оцінки доводять обмеженість похибок, але у більшості теорем дисертації відхилю стають малими тільки за додадкових умов, що перелікуються у наслідках. Оскільки основною метою дисертації є конструювання наближених розв'язків, тобто найбільш цікавими є саме малі похибки, то можливо було б доречним навести точні оцінки для

вищезгаданих не малих похибок у додадкових лемах, а натомість в теоремах надати повний перелік умов на коефіцієнтні функції  $\varphi_i(t, x)$ , за яких похибки стають саме малими.

2. У теоремах 3.3, 3.4, 4.3, 5.3 та 5.4 множники коефіцієнтних функцій, про які сказано, що вони є обмеженими, залежать від температури. Згідно доведень вони повинні бути рівномірно обмеженими при низьких температурах. Бажано б було сформулювати це більш чітко.
3. У означеннях 2.1 – 2.3 введено простори, які далі ніде в тексті дисертації не згадуються. Також у означенні 2.2 сказано, що вага  $q(x)$  є позитивною у всьому просторі, але в дисертації також виникають фінітні ваги.
4. У формулюваннях теорем 3.1 та 4.1 умова  $k_i \geq \frac{1}{2}$  є зайвою.
5. Відсутні деякі важливі означення, як, скажімо, що таке  $Q(g_1, g_2)$  у теоремі 3.1.
6. У списку позначень вектори  $\bar{u}_i$  та  $\bar{v}_i$  введено як довільні фіксовані вектори, але вони залежать від температури, що прямує до нуля. Більш того, в теоремах 3.3, 4.2 та 4.3 вектор  $\bar{v}_i$  має зовсім інше значення, ніж те, що зазначене у переліку умовних позначень.

Нарешті, відзначу, що презентація результатів дисертації стосовно наближених розв'язків значно виграла б, якщо б в остаточних оцінках похибок було б явно видно залежність від усіх параметрів: обох температур, амплітуд коефіцієнтних функцій  $D_i$ , та інших. Особливо це стосується тих теорем, де поведінка коефіцієнтних функцій  $\psi_i(t, x)$  контролює зростання густини відповідного максвеліана по деяких напрямках, як, скажімо, у теоремах 3.3 і 3.4. Тут також бажаними були б якісь приклади простих бімодальних розподілів, що відповідають всім достатнім умовам.

Загалом, висловлені вище зауваження не є принциповими та ні якою мірою не ставлять під сумнів достовірність і цінність отриманих результатів і не применшують загального позитивного враження від дисертаційної роботи. Вважаю, що дисертаційна робота Лемешевої Н.В. «Взаємодія локально-максвелівських течій в розрідженому газі», представлена на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук, за обсягом проведених наукових досліджень, актуальністю, науковою новизною, кількістю опублікованих наукових праць та рівнем апробації відповідає вимогам пунктів «Порядку присудження наукових ступенів і присвоєння вченого звання старшого наукового співробітника», затвердженого постановою Кабінету Міністрів України №567 від 24 липня 2013 року, а її авторка – Лемешева Наталя Володимирівна – цілком заслуговує на присудження наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.03 – математична фізика.

Офіційний опонент:

доктор фізико-математичних наук,  
старший науковий співробітник,  
провідний науковий співробітник відділу  
статистичних методів математичної фізики  
Фізико-технічного інституту низьких температур  
імені Б.І. Веркіна НАН України (м. Харків)

І.Є.Єгорова

