ВІДГУК

офіційного опонента на дисертаційну роботу

Ревіної Тетяни Володимірівни

"Позиційний синтез для робастних лінійних систем",

представлену на здобуття наукового ступеня

кандидата фізико-математичних наук

за спеціальністю 01.01.02 — диференціальні рівняння

Дисертаційна робота Т.В. Ревіної присвячена дослідженню лінійної керованої системи

$$\dot{x} = (A + K + R)\,x + Bu, \qquad t \geq 0,\ x \in Q, \tag{1}$$

де Q є деяким околом нуля в $\mathbb{R}^n$ (зокрема, Q може дорівнювати $\mathbb{R}^n$); $A = \operatorname{diag}(A_1, \ldots, A_r)$ є $(n \times n)$-матрицею, A_i є $(n_i \times n_i)$-матрицею, у якій наддіагональні елементи є одиничними, а всі інші є нульовими; K є такою сталою $(n \times n)$-матрицею, у якої ненульовими можуть бути лише елементи рядків з номерами $i = \sum_{s=1}^{m} n_s$, $m = \overline{1,r}$; $B = \operatorname{diag}(B_1, \ldots, B_r)$ є $(n \times r)$-матрицею, $B_i = \operatorname{col}(0, \ldots, 0, 1) \in \mathbb{R}^{n_i}$; $i = \overline{1,r}$, $n = \sum_{s=1}^{r} n_s$; R є деякою неперервною на $[0, +\infty) \times Q$ матричнозначною функцією, що описує збурення системи; u є r-вимірним керуванням, що задовольняє умову $\|u\| \leq 1$. Дисертантка досліджує задачі локального ($Q \neq \mathbb{R}^n$) та глобального ($Q = \mathbb{R}^n$) синтезу обмежених позиційних керувань, які розв'язують проблему влучення в нуль з будь-якої точки Q за скінченний час для робастних систем, тобто для систем, властивості яких є стійкими до збурень певного вигляду.

Тематика роботи дисертантки належить до одного з сучасних напрямків теорії диференціальних рівнянь — теорії керування системами, що описуються звичайними диференціальними рівняннями. Теорія керування почала інтенсивно розвиватися в середині двадцятого сторіччя и залишається актуальним напрямком досліджень у теперішній час. Це обумовлено як тим, що керовані системи диференціальних рівнянь виникають при моделюванні механічних, біологічних, економічних та інших процесів, так і тим, що такі системи виникають при дослідженні чисто математичних задач. Напрямками сучасної математичної теорії керування є дослідження властивостей керованості, спостережуваності, стабілізовності, теорія оптимального керування, проблеми синтезу керувань та інші. Робастність є важливою властивістю керованих систем тому, що, по-перше, будь-яка математична модель реального природного процесу будується на даних, що вимірюються з певною похибкою, по-друге, при математичному моделюванні та дослідженні таких процесів також застосовуються певні наближення. Отже, дослідження робастності є суттєвою складовою дослідження таких процесів.

Задачі синтезу позиційних керувань присвячено роботи багатьох авторів, зокрема, В.І. Коробова, М.М. Красовського, А.М. Льотова, А. Полякова, Л.С. Понтрягіна, Г.М. Скляра, Ф.Л. Черноусько, D.A. Berstein, S.P. Blat, C. Desoer, S. Ding, Y.C. Doyle, V. Haimo, Y. Hong та інших. Дослідженню робастних систем також приділяється значна увага. Зокрема, такі системи вивчалися в роботах О.Б. Куржанського, Б.Т. Поляка, П.С. Щербакова, J. Ackermann, S. Boyd, E.P. Ryan та багатьох інших.

Таким чином, тема дисертаційної роботи є актуальною і сучасною.

Дисертація складається зі вступу, чотирьох розділів, висновків та списку використаних джерел.

У вступі обґрунтовано актуальність теми дисертації, сформульовано мету та задачі дослідження, відзначено новизну результатів та їх апробацію.

У першому розділі обґрунтовано вибір напрямку дослідження, проведено огляд літератури та описано стан досліджень за темою дисертації.

У другому розділі вивчено задачу глобального позиційного синтезу обмежених керувань для системи (1) у випадку, коли $r = 1$ (одновимірні керування) та $K = 0$, тобто системи

$$\dot{x} = (A + R)\,x + bu, \qquad t \geq 0,\ x \in Q, \tag{2}$$

де u є одновимірним керуванням, що задовольняє умову $|u| \leq 1$; A є $(n \times n)$-матрицею, у якій наддіагональні елементи є одиничними, а всі інші є нульовими; $b = \mathrm{col}(0, \dots, 0, 1) \in \mathbb{R}^n$; $R(t,x) = p(t,x)\widetilde{R}$, де скалярна функція p є неперервною на $[0, +\infty)$ та задовольняє деякі додаткові умови, а стала $(n \times n)$-матриця $\widetilde{R} = \{\widetilde{r}_{ij}\}_{i,j=1}^{n}$ є наддіагональною, тобто $\widetilde{r}_{ij} = 0$, коли $j \neq i + 1$, $i, j = \overline{1, n}$.

У третьому розділі досліджено задачі локального та глобального позиційного синтезу обмежених керувань для системи (2) у випадку, коли $R(t,x) = p(t,x)\widetilde{R}$, де скалярна функція p є неперервною на $[0, +\infty)$ та задовольняє деякі додаткові умови, а стала $(n \times n)$-матриця $\widetilde{R} = \{\widetilde{r}_{ij}\}_{i,j=1}^{n}$ є сумою наддіагональної та нижньої трикутної матриць, тобто $\widetilde{r}_{ij} = 0$, коли $n \geq j \geq i + 2$, $i = \overline{1, n-2}$.

Четвертий розділ складається з двох частин. У першій частині досліджено задачі локального та глобального позиційного синтезу обмежених одновимірних керувань для системи (2) у випадку, коли $R(t,x) = \{r_{ij}(t,x)\}_{i,j=1}^{n}$ є сумою наддіагональної та нижньої трикутної матриць, тобто $r_{ij}(t,x) \equiv 0$, коли $n \geq j \geq i+2$, $i = \overline{1, n-2}$. Крім цього, коефіцієнти матриці R задовольняють ще й деякі додаткові умови. У другій частині досліджено задачі локального та глобального позиційного синтезу обмежених багатовимірних керувань для системи (1) спочатку у випадку, коли $R(t,x) \equiv 0$, потім у випадку, коли $R(t,x) = \mathrm{diag}(R_1(t,x), \dots, R_r(t,x)) + \widehat{R}(t,x)$, де $R_i(t,x)$ є сумою наддіагональної та нижньої трикутної матриць розміру $n_i \times n_i$, $i = \overline{1, r}$, а $\widehat{R}(t,x)$ є такою $(n \times n)$-матрицею, у якої ненульовими можуть бути лише елементи рядків з номерами $i = \sum_{s=1}^{m} n_s$, $m = \overline{1, r}$. Крім цього, коефіцієнти матриць R_i та $\widehat{R}$ мають задовольняти ще й певні додаткові умови, $i = \overline{1, r}$.

У роботі В.І. Коробова та Г.М. Скляра (1990 р.) реалізовано один з можливих підходів до розв'язання задачі позиційного синтезу за скінченний час для системи (1) з $R = 0$. У цій роботі за допомоги метода функцій керованості, запровадженого В.І. Коробовим у 1979 р., будується керування, що розв'язує цю задачу, тобто будується керування $u(x)$ таке, що для будь-якої точки $x^0 \in \mathbb{R}^n$ траєкторія системи (1) з цим керуванням влучає в нуль за скінченний час $T(x^0)$. У дисертаційній роботі шляхом аналізу та розвинення результатів та методів цієї роботи для матриць збурення R спеціального вигляду знайдено межі змінення елементів таких матриць, які забезпечують стійкість цього керування $u(x)$ до таких збурень. Іншими словами, знайдено межі змінення елементів матриці R певного вигляду такі, що для довільної матриці такого вигляду, елементи якої знаходяться в указаних межах, траєкторія системи (1) з цим $u(x)$, що починається в довільній точці $x^0 \in Q$, влучає в нуль за скінченний час $\widetilde{T}(x^0)$, та дана оцінка цього часу.

Зазначу, що матриці збурення R, що розглянуті в розділі 2, є окремими випадками матриць збурення, розглянутих в розділі 3, а матриці збурення R, що розглянуті в розділі 3, в свою чергу, є окремими випадками матриць збурення, розглянутих в розділі 4. Проте, результати, одержані в розділі 2, не є наслідками результатів розділу 3, а результати, одержані в розділі 3, не є наслідками результатів розділу 4. Чим простіше структура матриці R, тим докладніше досліджено систему (2) і тим точніші оцінки для меж збурення, одержані в цій роботі.

Зазначу також, що у кожному з розділів 2–4 роботи розглянуто приклади, які ілюструють та доповнюють одержані теоретичні результати.

Для одержання результатів дисертації застосовано методи теорії звичайних диференціальних рівнянь, зокрема, другий метод Ляпунова, метод функції керованості Коробова та теорію стійкості інтервальних матриць.

Зауваження:

1. Для зручності читачів роботи варто було б виділяти тексти теорем, лем, висновків та інших тверджень курсивом, або іншим шрифтом з нахилом, як це зазвичай робиться в математичній літературі.
2. На с. 5 у переліку умовних позначень для матриць уведено дві норми: $\|\cdot\|_\infty$ та $\|\cdot\|_2$. Проте, в середині роботи (див, наприклад, с. 27, 112, 113, 123, 125) без додаткових пояснень використано норму $\|\cdot\|$ (без індексів). Ймовірно, мається на увазі норма $\|\cdot\|_2$.
3. На с. 12 неточно наведено назву конференції пам'яті Ляпунова.
4. На с. 14 після (1.1) треба додати умову $0 \in \operatorname{int} Q$.
5. У тексті дисертації символом Δ позначено різні величини. Так, на с. 37 розглянуто вираз $A_c - \varepsilon\Delta$ без зазначення, що таке Δ. Ймовірно, у визначенні 1.10 та у формулі 1.59 замість $A_c - \varepsilon\Delta$ має бути $A_c - \varepsilon\Delta A$.
6. У деяких випадках наведено невдале викладення міркувань. Наприклад, на с. 47 твердження (2.14) справедливо лише коли старший коефіцієнт полінома $\det(F^1 - \widetilde{p}b)$ є від'ємним, але пояснення цього факту дано суттєво пізніше. Ще один приклад такого роду є на с. 123 в доведенні теореми 4.5. Авторка пише "Потребуем, чтобы $-1 + \Delta\rho(\widetilde{G}) \leq \gamma$". Проте, з умови (4.41) цієї теореми випливає, що $-1 + \Delta\rho(\widetilde{G}) = \gamma$.

Утім, зроблені зауваження не впливають на високу оцінку роботи та достовірність одержаних автором результатів.

Підбиваючи підсумки, зазначу, що дисертація є завершеною науковою працею, що вносить важливий вклад у розвиток теорії звичайних диференціальних рівнянь. У ній одержано нові науково обґрунтовані результати, достовірність яких підтверджено строгими доведеннями та апробацією на наукових конференціях та семінарах. Основні результати дисертації опубліковано у фахових виданнях, у тому числі, виданні, що має імпакт-фактор, відповідно до вимог МОН України. Автореферат коректно відображає зміст дисертації.

Таким чином, дисертаційна робота ***“Позиційний синтез для робастних лінійних систем”*** відповідає вимогам до кандидатських дисертацій положення про “Порядок присудження наукових ступенів”, а її авторка, ***Т.В. Ревіна***, заслуговує на присудження їй наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.02 — диференціальні рівняння.

Офіційний опонент доктор физ.-мат. наук,
доцент, старший науковий співробітник,
старший науковий співробітник відділу теорії функцій
Фізико-технічного інституту низьких температур
ім. Б.І.Вєркіна НАН України ***Л.В.Фардигола***

ФІЗИКО-ТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ НИЗЬКИХ ТЕМПЕРАТУР ім. Б.І. Вєркіна НАЦІОНАЛЬНОЇ АКАДЕМІЇ НАУК УКРАЇНИ
Ідентифікаційний код 03534601
УКРАЇНА, М.ХАРКІВ

Підпис гр. Фардиголи Л.В
ЗАСВІДЧУЮ
Учений секретар ФТІНТ ім. Б.І.Вєркіна
Національної академії наук України
кандидат фізико-математичних наук
Савченко О.М